＜ 三角関数と双曲線関数の融合域（その４７）＞

極限公式を新たに三つ見出したので下方に青色式で示す。$\phi(-1)=1/4$ のもの三つである。
なお、同公式は多く出すぎたため、紙幅節約もあって、今回のものに関係のないグループでは最新のもの二つずつのみを示した。

以降において、L(0)～L(5)、$\phi(-1)$～$\zeta(4)$ は次の通り。

$L(0)=$ “$1 -1 +1 -1 +-\cdot\cdot$” $=1/2$
$L(1)=1 -1/3 +1/5 -1/7 +-\cdot\cdot=\pi/4$
$L(2)=1 -1/3^2 +1/5^2 -1/7^2 +-\cdot\cdot=$ 非明示（カタランの定数）
L(3)は $L(3)=1 -1/3^3 +1/5^3 -1/7^3 +-\cdot\cdot=\pi^3/32$
$L(4)=1 -1/3^4 +1/5^4 -1/7^4 +-\cdot\cdot=$ 非明示
L(5)は $L(5)=1 -1/3^5 +1/5^5 -1/7^5 +-\cdot\cdot=5\pi^5/1536$

$\phi(-1)=$ “$1 -2 +3 -4 +-\cdot\cdot$” $=1/4$
$\phi(0)=$ “$1 -1 +1 -1 +-\cdot\cdot$” $=1/2$
$\zeta(2)=1 +1/2^2 +1/3^2 +1/4^2 +\cdot\cdot=\pi^2/6$
$(3/4)\zeta(2)=1 +1/3^2 +1/5^2 +1/7^2 +\cdot\cdot=\pi^2/8$（一つ上と実質は同じ）
$\zeta(3)=1 +1/2^3 +1/3^3 +1/4^3 +\cdot\cdot=$ 非明示
$\zeta(4)=1 +1/2^4 +1/3^4 +1/4^4 +\cdot\cdot=\pi^4/90$

注意：ここで $\phi(s)$ は $\phi(s)=1 -2^{-s} +3^{-s} -4^{-s} +5^{-s} -6^{-s} +-\cdot\cdot=(1-2^{1-s})\zeta(s)$ である。よって例えば s=−1 のとき、$\phi(-1)=$ “$1 -2 +3 -4 +-\cdot\cdot$” $=(1-2^2)\zeta(-1)=1/4$ となる。$\zeta(-1)=-1/12$ を用いた。

以降では、双曲線関数 sinh, cosh, tanh はそれぞれ sh, ch, th と略記した。例えば、sh2a は sinh(2a)のことである。a, x は任意の実数である。$\tan^{-1}$, th^{-1} はそれぞれ arctan,arctanh である。log は自然対数、e は自然対数の底。sin, cos, tan は通常の表記である。

なお、lim での a->+0 は a をプラス側から 0 に近づける意味であり、a->±0 は a をプラス側,マイナス側どちらから 0 に近づけてもＯＫの意味である。

＝＝

＜ 極限公式 ＞

◆$2^{1/2}$ ／$2^{1/4}$ ／2^{-1}／2^2 極限公式

$$\frac{1}{2}=\lim_{a\to+0}\log\left(\left(1+a^2\cdot e^{-a}\right)\left(1+a^2\cdot e^{-3a}\right)^3\left(1+a^2\cdot e^{-5a}\right)^5\left(1+a^2\cdot e^{-7a}\right)^7\cdot\cdot\right) \quad \text{--＜Q1－8＞}$$

$$4=\lim_{a\to+0}\left(\frac{\mathrm{ch}a+\sin a}{\mathrm{ch}a-\sin a}\right)^{e^{-a}}\left(\frac{\mathrm{ch}2a+\sin a}{\mathrm{ch}2a-\sin a}\right)^{e^{-2a}}\left(\frac{\mathrm{ch}3a+\sin a}{\mathrm{ch}3a-\sin a}\right)^{e^{-3a}}\left(\frac{\mathrm{ch}4a+\sin a}{\mathrm{ch}4a-\sin a}\right)^{e^{-4a}}\cdot\cdot \quad \text{--＜Q1＞}$$

◆L(2)極限公式

$$L(2)=\lim_{a\to\pm0} 2a\left(\tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{ch}a}{\mathrm{sh}4a}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{ch}a}{\mathrm{sh}8a}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{ch}a}{\mathrm{sh}12a}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{ch}a}{\mathrm{sh}16a}\right)+\cdot\cdot\right)$$ --<S1−9>

$$L(2)=\lim_{a\to\pm0} 2a^2\left(\frac{1}{\mathrm{ch}3a}+\frac{2}{\mathrm{ch}5a}+\frac{3}{\mathrm{ch}7a}+\frac{4}{\mathrm{ch}9a}+\frac{5}{\mathrm{ch}11a}+\frac{6}{\mathrm{ch}13a}+\cdot\cdot\right)$$ ----<S1−10>

◆$\frac{\pi^2}{8}$極限公式　(3ζ(2)/4 極限公式)

$$\frac{\pi^2}{8}=\lim_{a\to+0} 9a\left(\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}3a}\right)+3\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}9a}\right)+5\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}15a}\right)+7\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}21a}\right)+\cdot\cdot\right)$$ --<S2−11>

$$\frac{\pi^2}{8}=\lim_{a\to+0} 16a\left(\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}4a}\right)+3\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}12a}\right)+5\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}20a}\right)+7\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sh}a}{\mathrm{sh}28a}\right)+\cdot\cdot\right)$$ --<S2−12>

◆$\frac{\pi^2}{6}$極限公式（ζ(2)極限公式）

$$\frac{\pi^2}{6}=\lim_{a\to+0} 2a\cdot\log\left(\frac{1}{(1-e^{-a})(1-e^{-3a})(1-e^{-5a})(1-e^{-7a})\cdot\cdot}\right)$$ ----<S3−11>

$$\frac{\pi^2}{6}=\lim_{a\to+0} a\cdot\log\left(2(1+e^{-a})^2(1+e^{-2a})^2(1+e^{-3a})^2(1+e^{-4a})^2\cdot\cdot\right)$$ ----<S3−12>

◆$\frac{\pi}{4}$極限公式　(L(1)極限公式)

$$\frac{\pi}{4}=\lim_{a\to+0} 8a\left(\frac{\mathrm{ch}4a}{\mathrm{ch}8a+\mathrm{ch}a}+\frac{\mathrm{ch}12a}{\mathrm{ch}24a+\mathrm{ch}a}+\frac{\mathrm{ch}20a}{\mathrm{ch}40a+\mathrm{ch}a}+\frac{\mathrm{ch}28a}{\mathrm{ch}56a+\mathrm{ch}a}+\cdot\cdot\right)$$ ---<S4−21>

$$\frac{\pi}{4}=\lim_{a\to+0} 16a\left(\frac{\mathrm{ch}8a}{\mathrm{ch}16a+\mathrm{ch}a}+\frac{\mathrm{ch}24a}{\mathrm{ch}48a+\mathrm{ch}a}+\frac{\mathrm{ch}40a}{\mathrm{ch}80a+\mathrm{ch}a}+\frac{\mathrm{ch}56a}{\mathrm{ch}112a+\mathrm{ch}a}+\cdot\cdot\right)$$ ---<S4−22>

◆log2 極限公式

$$\log2=\lim_{a\to+0} 2a\left(\frac{e^{-2a}+\mathrm{ch}a}{\mathrm{ch}2a+\mathrm{ch}a}+\frac{e^{-6a}+\mathrm{ch}a}{\mathrm{ch}6a+\mathrm{ch}a}+\frac{e^{-10a}+\mathrm{ch}a}{\mathrm{ch}10a+\mathrm{ch}a}+\frac{e^{-14a}+\mathrm{ch}a}{\mathrm{ch}14a+\mathrm{ch}a}+\cdot\cdot\right)$$ ---<S5−7>

$$\log2=\lim_{a\to+0}\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{1}{e^a}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{1}{\mathrm{ch}a}\right)+\frac{1}{e^{2a}}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{1}{\mathrm{ch}2a}\right)+\frac{1}{e^{3a}}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{1}{\mathrm{ch}3a}\right)+\frac{1}{e^{4a}}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{1}{\mathrm{ch}4a}\right)+\cdot\cdot\right)$$ --<5−8>

◆ζ(3)極限公式

$$\zeta(3)=\lim_{a\to+0}\frac{16a^2}{3}\log\left(2(1+e^{-2a})^2(1+e^{-4a})^3(1+e^{-6a})^4(1+e^{-8a})^5\cdot\cdot\right)$$ ---<S6−22>

$$\zeta(3)=\lim_{a\to+0}\frac{16a^2}{3}\log\left((1+e^{a})(1+e^{-a})^2(1+e^{-3a})^3(1+e^{-5a})^4\cdot\cdot\right)$$ ---<S6−23>

◆ $\frac{\pi^3}{32}$極限公式　(L(3)極限公式)

$$\frac{\pi^3}{32}=\lim_{a\to+0}2a^2\left(\tan^{-1}(e^{a})+3\tan^{-1}(e^{-a})+5\tan^{-1}(e^{-3a})+7\tan^{-1}(e^{-5a})+\cdot\cdot\right)$$ --<S7−7>

$$\frac{\pi^3}{32}=\lim_{a\to+0}2a^3\left(\frac{2\times1}{\mathrm{ch}5a}+\frac{3\times2}{\mathrm{ch}7a}+\frac{4\times3}{\mathrm{ch}9a}+\frac{5\times4}{\mathrm{ch}11a}+\frac{6\times5}{\mathrm{ch}13a}+\frac{7\times6}{\mathrm{ch}15a}+\cdot\cdot\right)$$ --<S7−8>

◆ e^{π}極限公式

$$e^{\pi}=\lim_{a\to+0}\left(\frac{\mathrm{ch}a+\sin a}{\mathrm{ch}a-\sin a}\right)\left(\frac{\mathrm{ch}2a+\sin a}{\mathrm{ch}2a-\sin a}\right)\left(\frac{\mathrm{ch}3a+\sin a}{\mathrm{ch}3a-\sin a}\right)\left(\frac{\mathrm{ch}4a+\sin a}{\mathrm{ch}4a-\sin a}\right)\cdot\cdot$$ --<S8−1>

$$e^{\pi}=\lim_{a\to+0}\left(\frac{\mathrm{ch}a+\sin a}{\mathrm{ch}a-\sin a}\right)^2\left(\frac{\mathrm{ch}3a+\sin a}{\mathrm{ch}3a-\sin a}\right)^2\left(\frac{\mathrm{ch}5a+\sin a}{\mathrm{ch}5a-\sin a}\right)^2\left(\frac{\mathrm{ch}7a+\sin a}{\mathrm{ch}7a-\sin a}\right)^2\cdot\cdot$$ --<S8−2>

◆ $e^{\pi x}$[恒等]極限公式

$$e^{\pi x}=\lim_{a\to+0}\left(\frac{\mathrm{ch}a+\sin ax}{\mathrm{ch}a-\sin ax}\right)\left(\frac{\mathrm{ch}2a+\sin ax}{\mathrm{ch}2a-\sin ax}\right)\left(\frac{\mathrm{ch}3a+\sin ax}{\mathrm{ch}3a-\sin ax}\right)\left(\frac{\mathrm{ch}4a+\sin ax}{\mathrm{ch}4a-\sin ax}\right)\cdot\cdot$$ --<S8−1−2>

$$e^{\pi x}=\lim_{a\to+0}\left(\frac{\mathrm{ch}a+\sin ax}{\mathrm{ch}a-\sin ax}\right)^2\left(\frac{\mathrm{ch}3a+\sin ax}{\mathrm{ch}3a-\sin ax}\right)^2\left(\frac{\mathrm{ch}5a+\sin ax}{\mathrm{ch}5a-\sin ax}\right)^2\left(\frac{\mathrm{ch}7a+\sin ax}{\mathrm{ch}7a-\sin ax}\right)^2\cdot\cdot$$ --<S8−2−2>

◆ ゼータの香りの漂う公式の極限公式

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)\frac{\mathrm{sh}(3\pi/2)-\mathrm{sh}(\pi/2)}{\mathrm{sh}(2\pi)}=\frac{1}{1^2+1}-\frac{3}{3^2+1}+\frac{5}{5^2+1}-\frac{7}{7^2+1}+-\cdot\cdot$$

$$=\lim_{a\to+0}a\left(\frac{\mathrm{sh}2a\cdot\sin a}{\mathrm{ch}4a+\mathrm{ch}2a}+\frac{\mathrm{sh}3a\cdot\sin 2a}{\mathrm{ch}6a+\mathrm{ch}2a}+\frac{\mathrm{sh}4a\cdot\sin 3a}{\mathrm{ch}8a+\mathrm{ch}2a}+\frac{\mathrm{sh}5a\cdot\sin 4a}{\mathrm{ch}10a+\mathrm{ch}2a}+\cdot\cdot\right)$$ ---<S9−12>

$$\frac{1}{1^2+1}-\frac{1}{3^2+1}+\frac{1}{5^2+1}-\frac{1}{7^2+1}+-\cdot\cdot$$

$$=\lim_{a\to\pm0}\left(\mathrm{sina}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sina}}{\mathrm{cha}}\right)+\mathrm{sin3a}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sina}}{\mathrm{ch3a}}\right)+\mathrm{sin5a}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sina}}{\mathrm{ch5a}}\right)+\mathrm{sin7a}\cdot\mathrm{th}^{-1}\left(\frac{\mathrm{sina}}{\mathrm{ch7a}}\right)+\cdot\cdot\right)$$ --<S9−13>

◆ $\pi\sqrt{2}/4$ 極限公式（虚 2 次体 $Q(\sqrt{-2})$ ゼータ L2(1) 極限公式）

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{4}=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}-\frac{1}{15}++--\cdot\cdot$$

$$=\lim_{a\to+0}2a\left(\frac{\mathrm{cha}}{\mathrm{ch2a}}+\frac{\mathrm{ch3a}}{\mathrm{ch6a}}+\frac{\mathrm{ch5a}}{\mathrm{ch10a}}+\frac{\mathrm{ch7a}}{\mathrm{ch14a}}+\cdot\cdot\right)$$ ----<S10−1>

◆ $(1/\sqrt{2})\log(1+\sqrt{2})$ 極限公式（実 2 次体 $Q(\sqrt{2})$ ゼータ L1(1) 極限公式）

$$\frac{\log(1+\sqrt{2})}{\sqrt{2}}=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+--+\cdot\cdot$$

$$=\lim_{a\to+0}2a\left(\frac{\mathrm{sha}}{\mathrm{ch2a}}+\frac{\mathrm{sh3a}}{\mathrm{ch6a}}+\frac{\mathrm{sh5a}}{\mathrm{ch10a}}+\frac{\mathrm{sh7a}}{\mathrm{ch14a}}+\cdot\cdot\right)$$ ----<S11−1>

◆L(4)極限公式

$$L(4)=\lim_{a\to\pm0}\frac{2a^4}{3}\left(\frac{1\times2\times3}{\mathrm{ch3a}}+\frac{2\times3\times5}{\mathrm{ch5a}}+\frac{3\times4\times7}{\mathrm{ch7a}}+\frac{4\times5\times9}{\mathrm{ch9a}}+\frac{5\times6\times11}{\mathrm{ch11a}}+\frac{6\times7\times13}{\mathrm{ch13a}}+\cdot\cdot\right)$$ --<S12−1>

$$L(4)=\lim_{a\to\pm0}\frac{4a^4}{3}\left(\frac{3\times2\times1}{\mathrm{ch7a}}+\frac{4\times3\times2}{\mathrm{ch9a}}+\frac{5\times4\times3}{\mathrm{ch11a}}+\frac{6\times5\times4}{\mathrm{ch13a}}+\frac{7\times6\times5}{\mathrm{ch15a}}+\frac{8\times7\times6}{\mathrm{ch17a}}+\cdot\cdot\right)$$ --<S12−2>

◆$\frac{\pi^4}{90}$極限公式　（ζ(4) 極限公式）

$$\frac{\pi^4}{90}=\lim_{a\to+0}\frac{32a^4}{45}\left(\frac{1\times2\times3}{\mathrm{sh3a}}+\frac{2\times3\times5}{\mathrm{sh5a}}+\frac{3\times4\times7}{\mathrm{sh7a}}+\frac{4\times5\times9}{\mathrm{sh9a}}+\frac{5\times6\times11}{\mathrm{sh11a}}+\frac{6\times7\times13}{\mathrm{sh13a}}+\cdot\cdot\right)$$ --<S13−1>

◆ $\frac{5\pi^5}{1536}$極限公式　（L(5) 極限公式）

$$\frac{5\pi^5}{1536}=\lim_{a\to+0}\frac{2a^5}{3}\left(\frac{4\times3\times2\times1}{\mathrm{ch9a}}+\frac{5\times4\times3\times2}{\mathrm{ch11a}}+\frac{6\times5\times4\times3}{\mathrm{ch13a}}+\frac{7\times6\times5\times4}{\mathrm{ch15a}}+\frac{8\times7\times6\times5}{\mathrm{ch17a}}+\cdot\cdot\right)$$ --<S14−1>

◆　$\phi(0)=1/2$極限公式

$$1/2=\lim_{a\to+0} a\left(\frac{1}{ch^2 a}+\frac{1}{ch^2 3a}+\frac{1}{ch^2 5a}+\frac{1}{ch^2 7a}+\cdot\cdot\right)$$ ----<T1−2>

$$1/2=\lim_{a\to+0} \frac{a}{2}\left(\frac{1}{ch^2 a}+\frac{1}{ch^2 2a}+\frac{1}{ch^2 3a}+\frac{1}{ch^2 4a}+\cdot\cdot\right)$$ ----<T1−3>

◆ $\phi(-1)=1/4$極限公式

$$1/4=\lim_{a\to\pm0} a\left(\frac{sha}{ch^3 a}+\frac{sh3a}{ch^3 3a}+\frac{sh5a}{ch^3 5a}+\frac{sh7a}{ch^3 7a}+\cdot\cdot\right)$$ ----<T2−1>

$$1/4=\lim_{a\to\pm0} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ch^2 a}-\frac{1}{ch^2 3a}+\frac{1}{ch^2 5a}-\frac{1}{ch^2 7a}+-\cdot\cdot\right)$$ ----<T2−2>

$$1/4=\lim_{a\to\pm0} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ch^2 a}-\frac{1}{ch^2 2a}+\frac{1}{ch^2 3a}-\frac{1}{ch^2 4a}+-\cdot\cdot\right)$$ ----<T2−3>

$$1/4=\lim_{a\to+0} \frac{2}{a}\left(\frac{1}{e^a+1}-\frac{3}{e^{3a}+1}+\frac{5}{e^{5a}+1}-\frac{7}{e^{7a}+1}+-\cdot\cdot\right)$$ ----<T2−4>

◆ L(0)＝1/2極限公式

$$1/2=\lim_{a\to\pm0} a\left(\frac{sha}{ch^2 a}+\frac{sh3a}{ch^2 3a}+\frac{sh5a}{ch^2 5a}+\frac{sh7a}{ch^2 7a}+\cdot\cdot\right)$$ ----<U1−1>

$$1/2=\lim_{a\to\pm0} \frac{a}{2}\left(\frac{sha}{ch^2 a}+\frac{sh2a}{ch^2 2a}+\frac{sh3a}{ch^2 3a}+\frac{sh4a}{ch^2 4a}+\cdot\cdot\right)$$ ----<U1−2>

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

上記の三つの青色式が得られた。Wolfram Alpha での数値検証でも式の成立を確認している。

ここで $\phi(-1)=1/4$ に関し、冒頭でも示した通り $\phi(s)$ は $\phi(s)=1-2^{-s}+3^{-s}-4^{-s}+5^{-s}-6^{-s}+-\cdot\cdot=(1-2^{1-s})\zeta(s)$ であり、s=-1 のとき、$\phi(-1)=$ “$1-2+3-4+-\cdot\cdot$” $=(1-2^2)\zeta(-1)=1/4$ となる。$\zeta(-1)=-1/12$ を用いた。

今回の式の証明は、前々回分と類似の方法で出るので略す。

最後に、気になる点や想うことなど述べておく。

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

● $\phi(-1)=1/4$ 極限公式の四式を眺めたい。

◆　$\phi(-1)=1/4$極限公式

$$1/4=\lim_{a\to\pm 0} a\left(\frac{\mathrm{sha}}{\mathrm{ch}^3 a}+\frac{\mathrm{sh}3a}{\mathrm{ch}^3 3a}+\frac{\mathrm{sh}5a}{\mathrm{ch}^3 5a}+\frac{\mathrm{sh}7a}{\mathrm{ch}^3 7a}+\cdot\cdot\right) \quad \text{----<T2-1>}$$

$$1/4=\lim_{a\to\pm 0} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mathrm{ch}^2 a}-\frac{1}{\mathrm{ch}^2 3a}+\frac{1}{\mathrm{ch}^2 5a}-\frac{1}{\mathrm{ch}^2 7a}+-\cdot\cdot\right) \quad \text{----<T2-2>}$$

$$1/4=\lim_{a\to\pm 0} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mathrm{ch}^2 a}-\frac{1}{\mathrm{ch}^2 2a}+\frac{1}{\mathrm{ch}^2 3a}-\frac{1}{\mathrm{ch}^2 4a}+-\cdot\cdot\right) \quad \text{----<T2-3>}$$

$$1/4=\lim_{a\to +0} \frac{2}{a}\left(\frac{1}{e^a+1}-\frac{3}{e^{3a}+1}+\frac{5}{e^{5a}+1}-\frac{7}{e^{7a}+1}+-\cdot\cdot\right) \quad \text{----<T2-4>}$$

　いずれの式もきれいだが、私が変わっていると思うのは<T２－４>である。級数部分の（～）に 2/a が掛かっている。このような a^{-1} が掛かる形は極限公式では初めて！である。
昨年末から膨大な数の極限公式を得てきたが、級数部分に掛かるのは、a^1 とか a^2 とかまたは a^0（つまり 1）とかそんなものばかりであった。ところが、ここで a^{-1} が掛かる形が出た。
　今回、元となるある恒等式をながめていて a^{-1} を掛けてもいけそうな気がしてきて、そしてそれを実行して成功した。ということは、もっとたくさんこのような形、つまり a^{-1} とかそれのみならず a^{-2} とかそんなものを掛けてもＯＫとなる式があるのかもしれない。

●こういうちょっとした新たな視点が加わると、公式というのはどっと出てくる。私がいるこの三角関数と双曲線関数の融合域は豊穣なる領域（広大な地下空間）であり、そこには恒等式がたくさんあってこの式でいけるのならば、あっちの式でもこっちの式でもいける！となって、どんどんと出てくることになる。一つ上で指摘した a^{-1} が掛かる～も、そんなことになっているかもしれない。自分では「もうこの洞窟からは何も出ない！」と思いながら先へ先へ奥へ奥へと進んでいくわけであるが、あとから（２年後とか）見返したとき、いろいろなことを見落としていることに気づく。これまでそんなことをくり返してきたのだけれども、それは貴重な鉱物をただの石だと思い込んで無視してしまうのに似ている。ただの石だと思っていたものがじつはダイヤモンドだった！という感じである。数学は時間がたたないと見えてこないことが多い。それは超最先端のところにあるのではなく足元にもいろいろあって、足元は見えにくいからそうなってしまうのだが、人間には固定観念や偏見があるからどうしてもそんなことになってしまう。順調にはいかない。
＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

2025.9.19 杉岡幹生
sugioka_m@mvb.biglobe.ne.jp

<参考文献>

・「マグロウヒル　数学公式・数表ハンドブック」(Murray R. Spiegel 著、氏家勝巳訳、オーム社)
・「数学の夢　素数からのひろがり」（黒川信重著、岩波書店）