

〈切稜〉（Chamfer）の20年

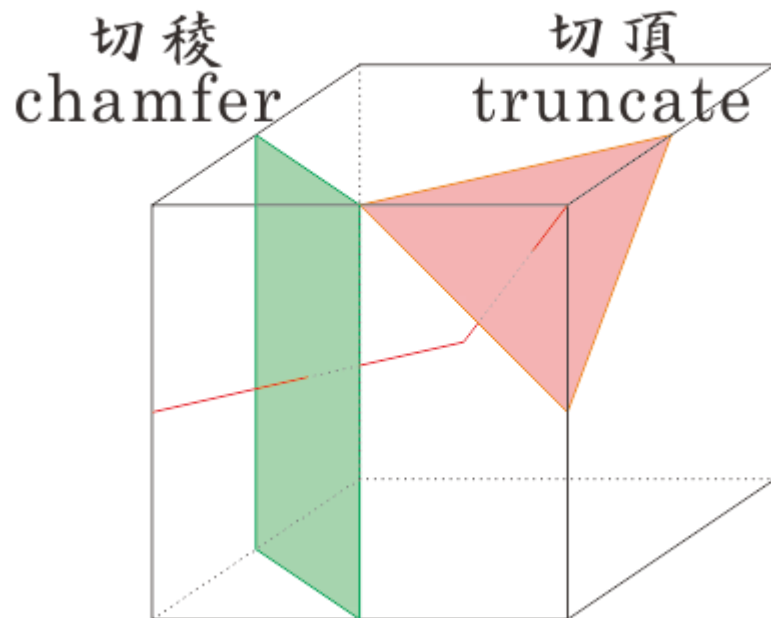
2024/10/14

積み木インテリアギャラリー

山崎憲久

2024 年は、私と佐藤郁郎先生とのやり取りの中で、「切稜」という用語が生まれ出されてからちょうど20年目に当たる。

なんらの幾何学的な予備知識もなく立方体の木片から作った18面体をどう呼ぶか悩んだ末に、立方体の頂点周りを切り取る〈切頂〉との対比において、稜（辺）周りを切り取ることを〈切稜〉、その結果を〈切稜立方体〉とする造語を提案したのがはじまりだ。ほどなく英訳する必要に迫られ、Chamfer および Chamfered cube として発信した。



日本の学校教育では、2010 年代に立体の稜を平面図形と同じ「辺」と呼び変えたために若い世代には意味不明な言葉になってしまっているかもしれない。しかし「切辺」とすると、理科の顕微鏡資料あるいは数学のグラフと座標の交点を意味する「切片」と混同されそう。その点では一松信先生が使われた「削辺」はまぎらわしさが無い。ただ、対概念の「切頂」はほぼ定着しているので、セット感のかけるのが難点だ。

日常語としては「面取り」がわかりやすいが、文字通りイメージすると面を取

ることとの誤解が生じる。実際に取りるのは稜周りであり、取られた結果新たな面が生じると理解してもらわなければならない。ところが切頂でも、頂点周りを取って新たな面を作るから、何を取るか明示しないと面ができるという限りでは区別ができない。

やはり、固まりとしての立体の一部を切り取る際に、頂点への法線ベクトルに垂直な平面で切り取るのか、稜(辺)への法線ベクトルに垂直な平面で切り取るのかがわかる対概念があった方がよい。日本語は難しい。

中国語では、切稜を「倒角」(「切稜」、「截辺」と呼んでいるらしい。切頂は「截角」というので「裁断」(cut off)を意味するらしい「截」でそろえれば「截辺」なのだろうが、「倒角」が選ばれている理由は私には不明である。

切稜、切稜立方体の英訳として提案した Chamfer と Chamfered cube は英語圏で誤解なく受け止められたようだ。上原隆平先生らが「多面体木工英語版」(Wooden Polyhedra)を欧米各地で広めてくださったおかげだろう。



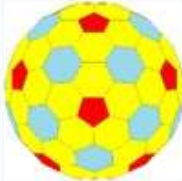
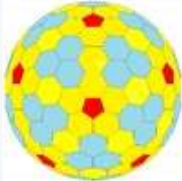
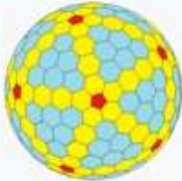
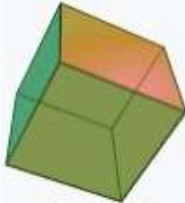
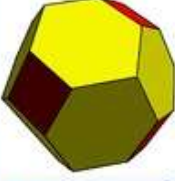
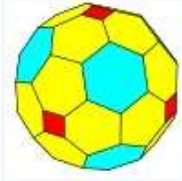
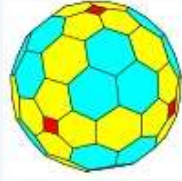
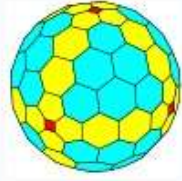


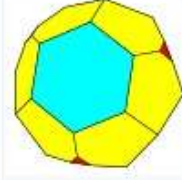
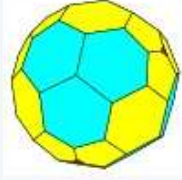

もともとは英語においては truncate が幾何学における用語として使われていて、切稜に当たる操作は truncate edges と表現されることが多かったそうだ。何を切り取るか言わなければ切り取るのは頂点周りとして理解されていた。

そこで英語圏の数学者たちは Chamfer と Chamfered cube を受け入れ、日常用語としての chamfer(面取り)と区別して、幾何学用語として chamfer(geometry)を Wikipedia の新たな項目に立てた。日本語における和語と漢語の使い分けにあたるといえよう。

また George W. Hart らは、Conway polyhedral notation (コンウェイの多面体変形操作)の拡張の1つに chamfer を加えた。だがこれが藪蛇となり、プラトン立体からすべてのアルキメデス立体に変形する操作とみなされてきた、コンウェイの多面体変形操作の欠陥が露呈してしまったことは「多面体木工の20年」ですでに紹介しているので、ここでは触れない。

その後 2013 年になって、Wikipedia 英語版の Goldberg polyhedron (ゴールドバーグの多面体)の項に、そのバリエーションを作る主な操作として chamfer が位置付けられた。こちらのほうは使われるべきところに使われているといえるだろう。

クラス I 多面体

頻度	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)	(5,0)
T	1	4	9	16	25
二十面体 (ゴールドバーク)	 正十二面体	 面取り十二面体			
八面体	 キューブ	 面取りされた立方体			
四面体	 四面体	 面取りされた四面体			

しかしそれはもともとゴールドバークの 1936 年の論文に、
Beginning with the regular dodecahedron one can obtain new medial polyhedra by regularly **truncating vertices and chamfering edges**, ...

と論じられていたからでもある。つまり Conway polyhedral notation (コンウェイの多面体変形操作) によってすべてを説明しようとしていた時代には、忘れられていた切頂と切稜の対概念が再認識され始めたのだといえるだろう。

そして 2020 年には現代数学会の重鎮ジョン・ホートン・コンウェイがコロナに感染してこの世を去った。

2024 年にはいって、Wikipedia 英語版はコンウェイの呪縛から逃れようと模索し始めたようだ。

おやっと思ったのは、Wikipedia 英語版の正十二面体の項に、

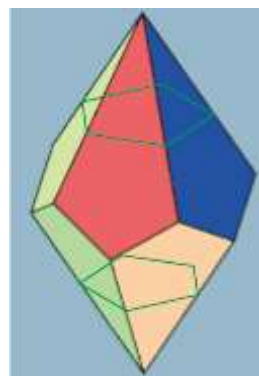
正十二面体は、五角台形の軸頂点を切り取った結果であるため、切頂台形
の一種です。また、面取り (chamfering) のプロセスによって新しい多面
体を構築するための最初の多面体であるため、ゴールドバーグ多面体でも
あります。

という記述を目にした時だった。

前半は、右の図の上下を切頂すれば正十二面体となるとい
うこと、後半は先ほどの表の上段の関係をさす。

だがなぜあえてこれらの立体との関係が選ばれているのか、
悩ましいところだ。

さらにゴールドバーグの多面体の出発点といえば済むところ
をあえて「面取り (chamfering) のプロセス」と関連付
けている。もちろん正十二面体をこのように論じたのは初めてだ。



そこでいわくつきのアルキメデス立体の項を調べてみて驚いた。なんと多くの
立体の説明から Conway notation との関連記述が撤去されているのだ。まだす
べてではない、現在工事中といったところだ。

小菱形立方八面体を例にとってみよう。

Wikipedia 英語版の説明では、

<従来>

Conway notation: eC

It can also be called an expanded or cantellated cube or
octahedron, from truncation operations on either
uniform polyhedron.

つまり、立方体や正八面体の面をばらばらにして外側に浮かび上がらせ、近隣
の頂点の間に新たな面を形成するというようにコンウェイ流に説明されていた。
ところが

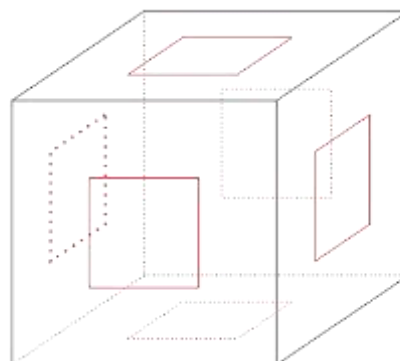
<現在>

The rhombicuboctahedron may be constructed from a cube by drawing a
smaller one in the middle of each face, parallel to the cube's edges. After
removing the edges of a cube, the squares may be joined by adding more



squares adjacent between them, and the corners may be filled by the equilateral triangles.

つまり、元になる立方体の各面の中央に右のように縮小した正方形を描いたら元の立方体の辺は取り除く。しかる後に正方形の間に新たな正方形を入れ、立方体の頂点のあたりは正三角形で埋める、というのである。



いったいこれは何を説明しているのか。

元の立方体の辺はどのように取り除くのか？立方体から辺を取り除いたら何が残るのか？

もし切稜するのなら、そこにできるのは長い六角形面であって正方形ではない。六角形面が3つ集まる部分を切頂して初めて正方形面と正三角形面が現れる。考えられるのは、この説明の立体は3次元ではないということだ。つまり描画ソフト上の図の描き方を説明しているにすぎないのだ。

切稜や切頂という用語を使用してはいても、その基礎にあるのは描画ソフト空間であって、実空間ではない。

コンウェイの没後、立体幾何学のCG図法化はますます深まったというべきか。

