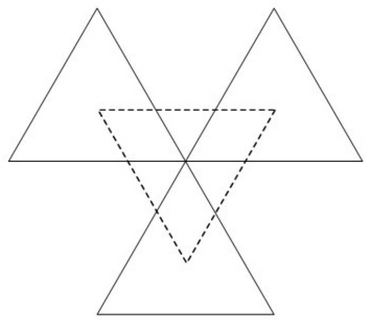
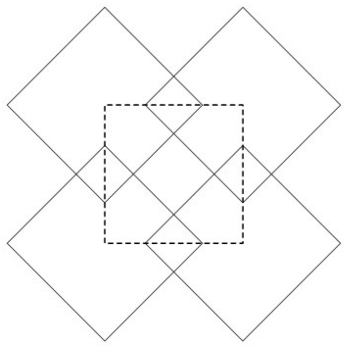
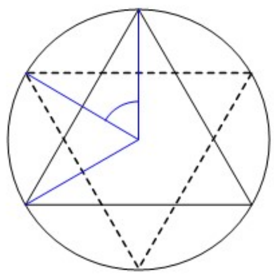
正 3-3 柱の場合に描きたい図は、
正 3 角形（実線）の中心を、逆さに置いた正 3 角形（点線）の頂点に置くように移動させれば描けると思います。



一方、正 4-4 柱の場合は、
正方形（実線）の中心を、45 度回転させた正方形（点線）の頂点に置くように移動させれば描けます。



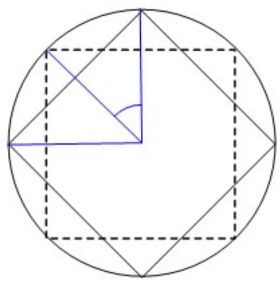
これらの問題は、ある正 n 角形の座標に対し、図の様に辺と点の位置が互い違いになるような正 n 角形の座標を求める問題に帰着されます。互い違いになる様にするには、中心周りに 2π/2n=π/n だけ回転させれば良いことになります。



すなわち、半径 1 の円に内接する正 n 角形の座標を、(0,1)の点を第 1 頂点として左回りに頂点を取ると、

$(x,y)=(-\sin\theta,\cos\theta);\ \theta=2\pi\times\frac{k}{n},\quad k=0,1,\dots,n-1$ …①

のように表すと、互い違いになる正 n 角形の座標は、



$(x,y)=(-\sin\theta,\cos\theta);\ \theta=2\pi\times\frac{2k+1}{2n},\quad k=0,1,\dots,n-1$ …②

となります。奇数角形の場合は、①の y 座標を反転させても互い違いになるのですが、②の式でもできます。奇数角形も偶数角形も同じルールで行くなら、②の式になります。

これを(z,u)座標として、すべての頂点の組み合わせを作れば、投影図の頂点は、以下のように表せると思います。

$\begin{cases}X=x+z\\Y=y+u\end{cases}$ …③

もう１つの方法として、(x,y)座標も(z,u)座標も①の式で表した上で、変換の式③を工夫する、というものがあります。これは、(z,u)座標を前頁の右下の図のような角度π/n　（これをφとします）だけ回転させれば良いわけですから、その回転行列を掛けて、

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ u \end{pmatrix} \quad \cdots④$$

となります。

２つの方法は、いわば光を当てて影を作るときに、「光の方向が決まっている場合にどのように置くか」と「置き方が決まっているときにどのように光を当てるか」の違いと言えます。

（おわり）