＜ L(1)類似香り式の分身を解にもつ方程式　その１＞

L(1)類似香り式の分身を解にもつ方程式が数個見つかったので、まだ途上ではあるが、お知らせしたい。

＜ゼータの香りの漂う・・＞シリーズで、ゼータの分身たちを解にもつ方程式を求めてきたが、その類似をゼータ香り式で行っているということである。

結果から示すと、次となる。

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

L(1)香り式１分身の値を解に持つ方程式⇒ $x - 1/\mathrm{ch}(a\pi/2) = 0$

L(1)香り式２分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^2 - 2x/\mathrm{ch}(a\pi/2) - 1/\mathrm{ch}(a\pi/2 = 0$

L(1)香り式３分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^3 - 3x^2/\mathrm{ch}(a\pi/2) - 3\mathrm{ch}(a\pi/6)\cdot x/\mathrm{ch}(a\pi/2) + 1/\mathrm{ch}(a\pi/2) = 0$

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

まだこれだけしか出していないが、ふしぎな形であり「何かある」と感じさせる。

例えば、下記に示した２分身 B1,-B2 を解にもつ方程式が上記の上から２番目のものとなる。
なお、３年前、L(1)分身を解にもつ方程式でもそうしたように、$(\pi/8)\{1+\sqrt{2}\cdot\mathrm{ch}(a\pi/4)\}/\mathrm{ch}(a\pi/2)$の$(\pi/8)$は除く$\{1+\sqrt{2}\cdot\mathrm{ch}(a\pi/4)\}/\mathrm{ch}(a\pi/2)$を解にもつ方程式として求めている。１分身、３分身でも同様であり、１分身は$(\pi/4)$を、３分身は$(\pi/12)$を除いている。この点、注意いただきたい。すなわち、もっとも本質的な部分を解として採用しているということである。

上記方程式を、３年前に報告したL(1)の分身を解にもつ方程式と比べよう。以下、（その１１８）から抜粋したものを並べる。上記と下記を比べていただきたい。驚くべき類似性である！

L(1)１分身の値を解に持つ方程式⇒ $x - 1 = 0$
L(1)２分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^2 - 2x - 1 = 0$
L(1)３分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$
L(1)４分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 4x + 1 = 0$
L(1)５分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^5 - 5x^4 - 10x^3 + 10x^2 + 5x - 1 = 0$
L(1)６分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^6 - 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 - 6x - 1 = 0$
L(1)７分身の値を解に持つ方程式⇒ $x^7 - 7x^6 - 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 - 7x + 1 = 0$
・・・・・・

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

＜L(1)類似香り式の１分割＞

①のL(1)類似香り式の１分割は、次となる。１分身は①そのものである。

$1/(1^2+a^2)\ -3/(3^2+a^2)\ +5/(5^2+a^2)\ -7/(7^2+a^2)\ +9/(9^2+a^2)\ -11/(11^2+a^2)\ +\cdot\cdot = (\pi/4)/\mathrm{ch}(a\pi/2)$ ----①

＜L(1)類似香り式の２分割＞

①のＬ(1)類似香り式の２分割は、次となる。２分身はB1,-B2であり、B1-B2＝①となる。

$$B1=1/(1^2+a^2)\ -7/(7^2+a^2)\ +9/(9^2+a^2)\ -15/(15^2+a^2)\ +17/(17^2+a^2)\ -23/(23^2+a^2)\ +\cdot\cdot$$
$$=(\pi/8)\{1+\sqrt{2}\cdot\mathrm{ch}(a\pi/4)\}/\mathrm{ch}(a\pi/2)$$

$$B2=3/(3^2+a^2)\ -5/(5^2+a^2)\ +11/(11^2+a^2)\ -13/(13^2+a^2)\ +19/(19^2+a^2)\ -21/(21^2+a^2)\ +\cdot\cdot$$
$$=(\pi/8)\{-1+\sqrt{2}\cdot\mathrm{ch}(a\pi/4)\}/\mathrm{ch}(a\pi/2)$$

＜L(1)類似香り式の３分割＞

①のＬ(1)類似香り式の３分割は、次となる。３分身はA1,-A2,A3であり、A1-A2+A3＝①となる。

$$A1=1/(1^2+a^2)\ -11/(11^2+a^2)\ +13/(13^2+a^2)\ -23/(23^2+a^2)\ +25/(25^2+a^2)\ -35/(35^2+a^2)+\cdot\cdot$$
$$=(\pi/12)\{2\mathrm{ch}^2(a\pi/6)\ +\sqrt{3}\mathrm{ch}(a\pi/6)\}/\mathrm{ch}(a\pi/2)$$

$$A2=3/(3^2+a^2)\ -9/(9^2+a^2)\ +15/(15^2+a^2)\ -21/(21^2+a^2)\ +27/(27^2+a^2)\ -33/(33^2+a^2)+\cdot\cdot$$
$$=(\pi/12)\{2\cdot\mathrm{ch}(a\pi/3)\ -1\}/\mathrm{ch}(a\pi/2)$$

$$A3=5/(5^2+a^2)\ -7/(7^2+a^2)\ +17/(17^2+a^2)\ -19/(19^2+a^2)\ +29/(29^2+a^2)\ -31/(31^2+a^2)+\cdot\cdot$$
$$=(\pi/12)\{2\mathrm{ch}^2(a\pi/6)\ -\sqrt{3}\mathrm{ch}(a\pi/6)\}/\mathrm{ch}(a\pi/2)$$

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

今回は３分身までの方程式を示した。現在、４分身の方程式を求めているところである。ほとんど求まったが、x^2 の項がまだ確定していない。計算がなかなかたいへんである。

2022.10.30 杉岡幹生