＜ L(s)リーマン予想と同値の予想 B-3（鏡映型）＞

（その２０６）ではξ(s)リーマン予想の類似から L(s)リーマン予想の命題（予想 B-1）を導いたが、今回は（その１９６）と同じ考察から導いた次の予想 B-3（下の方）を提示する。予想 B-1 と一緒に示した。
log1 はゼロだが、そのままおいた。

予想 B-1（L(s)リーマン予想と同値）

c を 0＜c＜1 の実数とする。次の x に関する二つの方程式を考える。
この二つの方程式を同時に満足する実数解が存在するのは c が 1/2 のときのみであろう。

$$\cos(x\cdot\log1)/1^c - \cos(x\cdot\log3)/3^c + \cos(x\cdot\log5)/5^c - \cos(x\cdot\log7)/7^c + \cdots = 0$$

$$\sin(x\cdot\log1)/1^c - \sin(x\cdot\log3)/3^c + \sin(x\cdot\log5)/5^c - \sin(x\cdot\log7)/7^c + \cdots = 0$$

予想 B-3（L(s)リーマン予想と同値）

c を 0＜c＜1 の実数とする。次の x に関する二つの方程式を考える。
この二つの方程式を同時に満足する実数解が存在するのは c が 1/2 のときのみであろう。

$$\begin{aligned}&(1/1^c)\cdot\cos(x\cdot\log1+\pi/4) - (1/3^c)\cdot\cos(x\cdot\log3+\pi/4)\\ &\quad + (1/5^c)\cdot\cos(x\cdot\log5+\pi/4) - (1/7^c)\cdot\cos(x\cdot\log7+\pi/4)\\ &\quad\quad + (1/9^c)\cdot\cos(x\cdot\log9+\pi/4) - (1/11^c)\cdot\cos(x\cdot\log11+\pi/4)\\ &\quad\quad\quad + \cdots\cdots = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(1/1^c)\cdot\cos(x\cdot\log1-\pi/4) - (1/3^c)\cdot\cos(x\cdot\log3-\pi/4)\\ &\quad + (1/5^c)\cdot\cos(x\cdot\log5-\pi/4) - (1/7^c)\cdot\cos(x\cdot\log7-\pi/4)\\ &\quad\quad + (1/9^c)\cdot\cos(x\cdot\log9-\pi/4) - (1/11^c)\cdot\cos(x\cdot\log11-\pi/4)\\ &\quad\quad\quad + \cdots\cdots = 0\end{aligned}$$

予想 B-3 については（その１９６）のξ(s)A-3 予想と同じことがいえ、両方程式の左辺の関数は xy 座標の y 軸に関して鏡映の関係になっており、非常に重要である。
予想 B-3 の上の方の式の左辺を $g_1(x)$、下の方の式の左辺を $g_2(x)$ としよう。すなわち、次のようにする。

$$\begin{aligned}g_1(x) = &(1/1^c)\cdot\cos(x\cdot\log1+\pi/4) - (1/3^c)\cdot\cos(x\cdot\log3+\pi/4)\\ &\quad + (1/5^c)\cdot\cos(x\cdot\log5+\pi/4) - (1/7^c)\cdot\cos(x\cdot\log7+\pi/4)\\ &\quad\quad + (1/9^c)\cdot\cos(x\cdot\log9+\pi/4) - (1/11^c)\cdot\cos(x\cdot\log11+\pi/4)\\ &\quad\quad\quad + \cdots\cdots\end{aligned}$$

$g_2(x) = (1/1^c)\cdot\cos(x\cdot\log1-\pi/4) - (1/3^c)\cdot\cos(x\cdot\log3-\pi/4)$
$+ (1/5^c)\cdot\cos(x\cdot\log5-\pi/4) - (1/7^c)\cdot\cos(x\cdot\log7-\pi/4)$
$+ (1/9^c)\cdot\cos(x\cdot\log9-\pi/4) - (1/11^c)\cdot\cos(x\cdot\log11-\pi/4)$
$+ \cdots\cdots$

$g_1(x)$のxを-xに置き換えると、それは$g_2(x)$に一致する。逆もまたしかり。
これはグラフで考えれば、$y=g_1(x)$と$y=g_2(x)$が、y軸に対して対称（鏡映）になっていることを意味している。

なお、上記予想の数値検証も行っている。L(s)非自明な零点は、下記URLのL（χ，s）零点の中のL(s)零点を使っている。予想B-1では現在はじめから５番目までの零点と零点以外の点での検証をExcelで行った。まさしく非自明な零点でのみ二式は0に収束していく。検証の仕方は「ヘール・ボップ彗星　その１」で行ったものと同様である。
****
(c) 2007-2016, Tomás Oliveira e Silva
See disclaimer in page
http://sweet.ua.pt/tos/hobbies.html
****

予想B-3については、現在はじめから２番目までの零点と零点以外の点での検証を行った。こちらも非自明な零点でのみ二式は0に収束していく。

最後に、テーマの整理と備忘録の意味から、構想や予想、妄想、つぶやきを述べておく。

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

● 予想B-3では$y=g_1(x)$と$y=g_2(x)$がy軸上で交わる。その交点の値は　$L(1/2)/\sqrt{2}$となる。座標で示せば（$0, L(1/2)/\sqrt{2}$）である。

●ξ(s)リーマン予想と同じように、予想B-3ではガラクタ零点が１種類になる。予想B-1ではガラクタ零点が２種類もある。（ガラクタ零点とは、c=1/2のとき、$g_1(x)$、$g_2(x)$のどちらか一方だけ0となるものを指す）本質零点のみを考えたいわけであり、その点から、予想B-3はリーマン予想を考察しやすいといえる。
ガラクタ零点を消すには$g_1(x)^2+g_2(x)^2=0$とすればよいのだが、そうすると今度は式の形が複雑化しすぎてよくない。
予想B-1で、大魚（リーマン予想）を半径100mの網に囲うことができた。予想B-1で半径90mまで網を絞れたが・・という感じである。

●話は変わって、高瀬正仁氏の数学史ブログを読んでいっている。
何度読んでも、感動する。記述は膨大であり、繰り返しも多いのだが、これほどまでに原典を緻密に読み込んでいる人は他にない。

高瀬氏は、従来の数学史とは異なる新たな事実をいくつも発見されている。その考察には驚くべきものがある。
http://reuler.blog108.fc2.com/blog-category-7-9.html

以前もちょっと紹介したが、アーベルやガロアが５次方程式に解の公式がないことを突き止めることができたのは、ガウスの影響が大きいようである。
従来の数学史では、「ラグランジュの影響をうけて二人は解の公式がないことを示した」という感じで説明されるのが普通である。
しかし、そうではなく、高瀬氏は、アーベルとガロアが５次方程式に関し決定的に影響を受けたのは、ガウスである！と主張している。非常に面白い視点である。
⇒上の URL の「新しい数学史を求めて(48)　ラグランジュの代数方程式論(6)　ガウスの円周等分方程式論」

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

2021.8.22　杉岡幹生