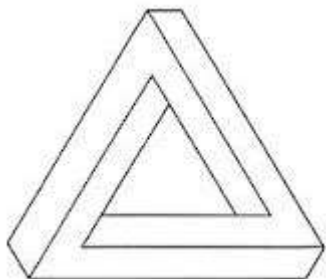


ペンローズの三角形について (3)

中川宏

ペンローズの三角形から安野光雅による角材化を経て、次元を上げて90度ねじった角材によるメビウス角柱多面体におけるメビウス面を調べ上げてきたので、再び次元を下げてペンローズの多角形と呼ばれる図形のメビウス面を考えてみたい。

ペンローズの三角形



メビウス角柱多面体につけた面の記号を適用すると、

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

ANBNANBNANBN



1周 2周 3周 4周

メビウス角柱多面体上のメビウス面は4の倍数の節をもつことがわかっているので、1周3節のペンローズの三角形のメビウス面が閉じる条件は、4と3の最小公倍数12節(4周)となる。ペンローズの三角形の節の総数は $3 \times 4 = 12$ であるから、ペンローズの三角形は1本のメビウスの帯で覆われることがわかる。

同様にペンローズの四角形は、



1 2 3 4

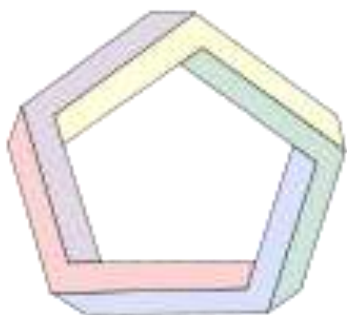
ANBN



1周

となるから、ペンローズの四角形上のメビウスの帯は1周(4節)で閉じる。したがって4本のメビウスの帯を持つ。

ペンローズの五角形は、



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

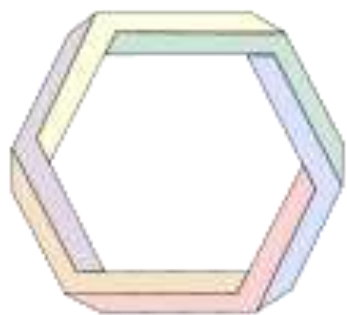
ANBNANBNANBN AN BNA NBN



1周 2周 3周 4周

となって、4周(20節)の1本のメビウスの帯を持つ。

ペンローズの六角形は、



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

ANBNANBNANBN



1周 2周

となるから、2周(12節)のメビウスの帯を2本持つことがわかる。

このように、幾何学上の問題を一旦次元を上げて考え、そこで得たことを再び次元を下げて適用することによって、より深く理解するというのは、佐藤先生が出会った時から今日まで、教えてくれ続けていることであろうとおもう。