メビウス角柱多面体について（２）

中川宏

正４面体、正６面体、正８面体を調べてきたので、次は正１２面体、正２０面体が課題であるが、これらは柱の数が３０本になるので、紙模型では形が保てないことが予想される。そこでストロー４本を束ねて捩じってセロテープで固定する方法を試してみようと思う。

ただその前に、これまでの紙模型をいかして、正多面体ではないが、正８面体の半分の四角錐と正４面体２個分の三角６面体（重三角錐）を検討してみた。この２立体は、最上流和算家の会田安明著「算法截籠集」にも截籠すなわち立方八面体など切頂多面体ではないが収録されていたので念頭にあったものである。

すると以下のような結果であった。

メビウス角柱多面体	柱	面	頂点	稜	穴	メビウス面	面数／メビウス面数
正四角錐	8	３２	２５	６４	4	4	8
正三角６面体	9	３６	２８	７２	7	3	１２

これまで検討してきた正多面体３種の結果を合わせてみる。

メビウス角柱多面体	柱	面	頂点	稜	穴	メビウス面	面数／メビウス面数
正４面体	6	２４	２０	４８	3	3	8
正６面体	１２	４８	４０	９６	5	6	8
正８面体	１２	４８	３６	９６	7	4	１２

ここまできてようやくおぼろげながら一つの光が見えてきた。

正多面体でないプリミティブな立体も加えて比較することによって、元の多面体の頂点価数には関係なく、元の多面体つまりメビウス角柱で置き換える以前のシンプルな多面体がもつ最大の回転対称性に関係しているように見えてきた。ただし正６面体の最大回転対称回数は立体としては３であるので、その２倍にあたるので保留しなければならない。

また、面数／メビウス面数は８または１２という値しかとらないのかどうかも気になるところである。

そこでこんどは、回転対称性の低い稜数の少ない立体として、ジョンソン立体の４９番（正三角柱と正四角錐を貼り合わせた形）を検討してみた。

すると驚いたことにメビウスの帯の数は４本であったが、その長さは、８面、１２面、１２面、２０面というようにばらばらであった。４の倍数であることには違いはないが、２０面をめぐるメビウスの帯は初めてであったし、３種類のメビウス面の混合という新たな想定外の結果となった。

メビウス角柱多面体	柱	面	頂点	稜	メビウス面	メビウス面を構成する面（節）
ジョンソン４９番	１３	５２	４０	１０４	4	8，１２，１２，２０