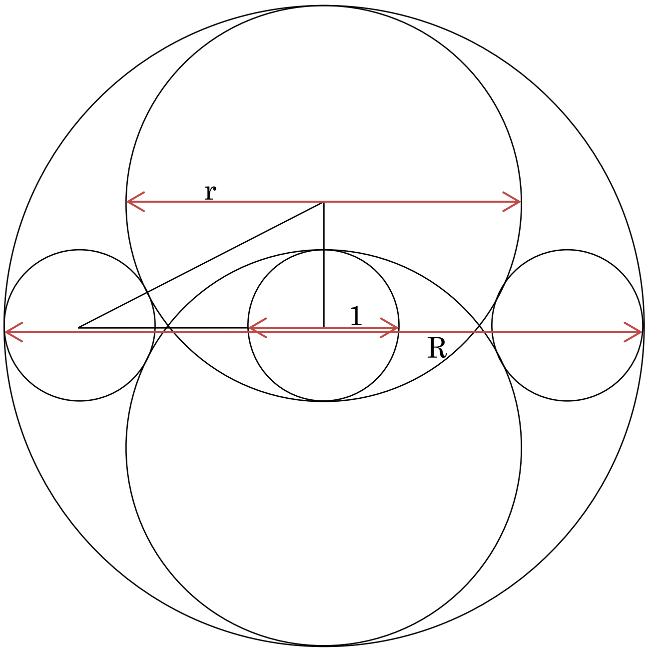
和算にまなぶ

中川宏

「アルベロス　３つの半円がつくる幾何宇宙」（奥村博・渡邉雅之著、岩波科学ライブラリー）に紹介されている和算の問題より、

３つの小円の直径が１のとき、
中円、大円の直径を求めよ。



中円の直径をｒ、大円の直径をＲとすると、

R＝2r－1

$$\left(\frac{r+1}{2}\right)^2 = \left(\frac{R}{2}-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{r-1}{2}\right)^2$$

$$(r+1)^2 = 4(r-1)^2 + (r-1)^2$$

r－1>0

r＋1＝$\sqrt{5}$(r－1)

$$r=\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = 1+\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \tau^2$$

よって、$R=2\tau^2-1=2\tau+1=\tau^3$

これをもとに無限の黄金比累円を作図できる。

τ

$\tau^2 = \tau + 1$

$\tau^3 = 2\tau + 1$

$\tau^4 = 3\tau + 2$

$\tau^5 = 5\tau + 3$

$\tau^6 = 8\tau + 5$

.

.

.