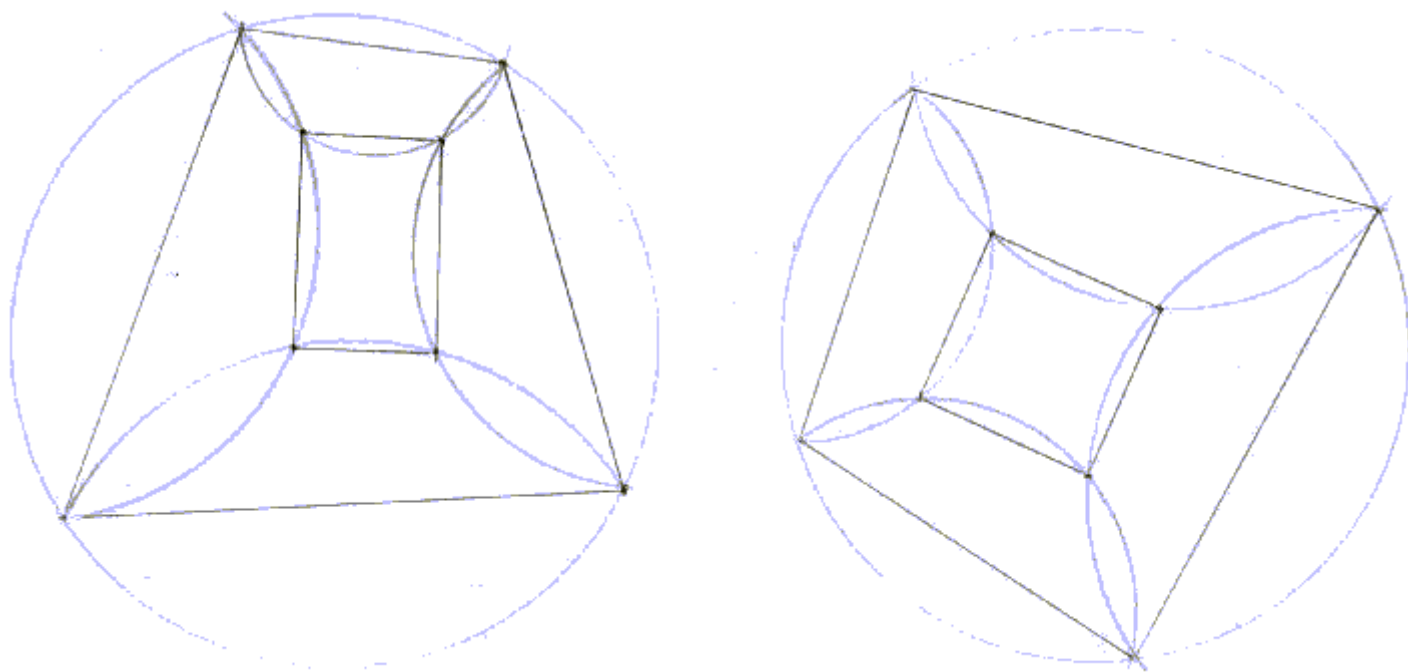


四弁花長方形の定理

中川宏

三角形の外接円の円周上から2頂点を通る円を描くというやり方を、円に内接する四辺形にも試してみました。

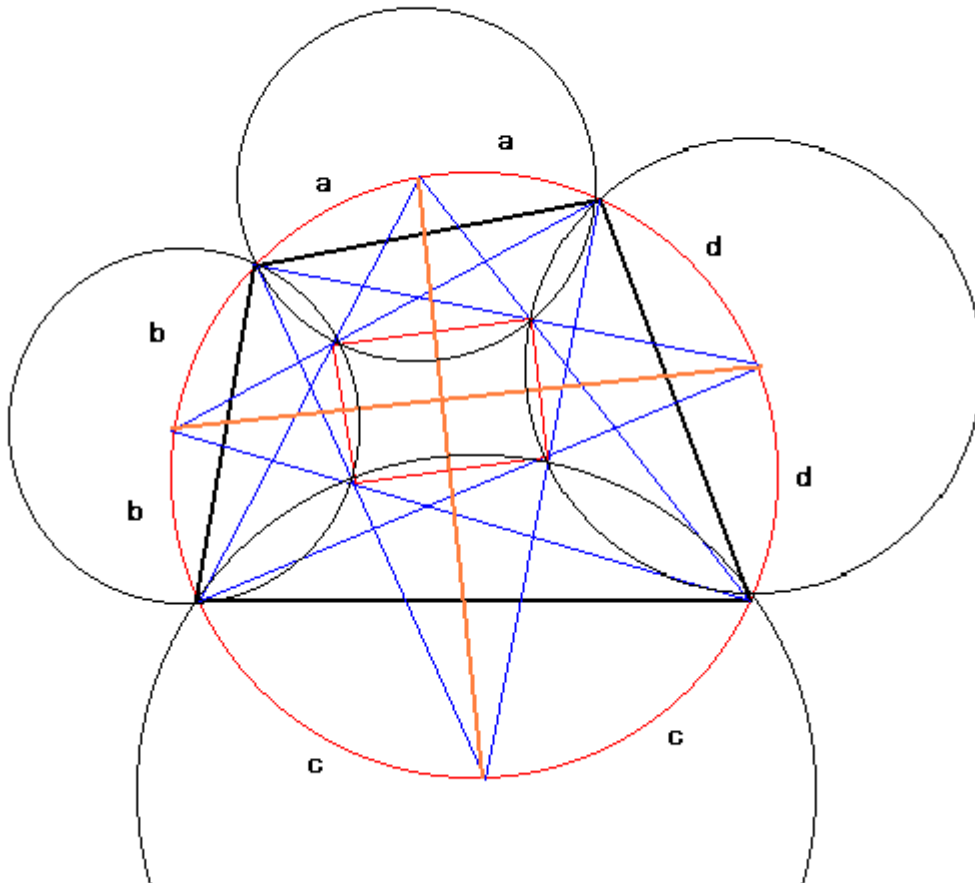
すると驚いたことに、4つの円の4交点は長方形を描きました。



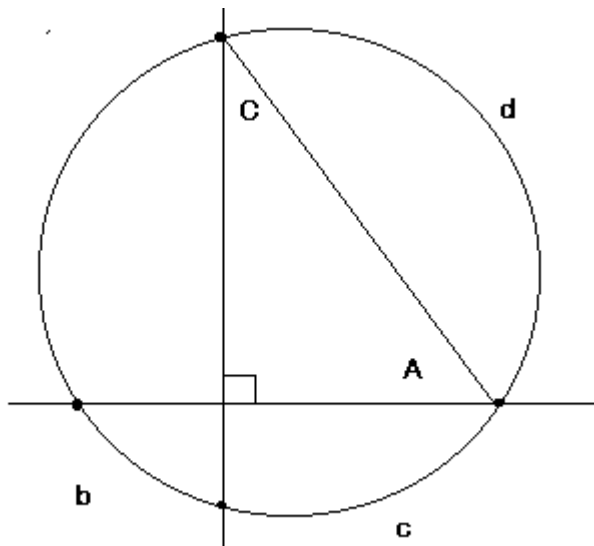
さっそく一松信先生にお知らせしたところ、以下のようなお返事をいただきました。

「三角形の場合は昔から有名な問題です。
四角形の時長方形ができる、というのは初めて拝見しました。
意外と難しいようで、色々考えています。」

一松先生も初見の図ということですので、仮に勝手に、四弁花長方形の定理と名づけさせていただきました。
4つの花びらの中に長方形が現れるという意味です。
わたしなりに、このような図が描ける理由を考えてみました。



上の図において、同じ長さの円弧にたいする円周角の大きさは等しいことから、中央の赤い四辺形の外側に立つ4つの三角形は二等辺三角形であり、頂角から底辺に伸びる赤い線は頂角の二等分線であることがわかります。したがって赤い四辺形の向かい合う辺どうしは交差する二等分線に直交し互いに平行です。さて、二本の赤い線が直交しているかどうかですが、一つの円の二本の弦が直交するのは、次のときです。



$$\angle A + \angle C = 90^\circ$$

このとき円弧 $a+c=b+d=\text{円周}/2$

そこで、元の図をみると、

$$a+b+c+d = a+b+c+d$$

となっていますから、たしかに二本の弦は直交していて、赤い四辺形は長方形であることがわかります。