

## 正多面体と外接球（2）

中川宏

「プラトンとアルキメデスの立体」（ダウド・サットン、ランダムハウス講談社）に次のような指摘がありました。

「同じ大きさの球に内接する正12面体と正20面体の面積の比は、体積の比に等しい。」

正12面体と正20面体は双対なので、もう一組の双対、立方体と正8面体の間にも同じ関係があるのではないかと確かめてみました。

立方体の一辺が1のとき、その外接球の半径は $\sqrt{3}/2$ です。

$$\text{体積 } V_6 = 1$$

$$\text{表面積 } S_6 = 6$$

正8面体の一辺が1のときに外接球の半径は $\sqrt{2}/2$ なので、立方体と同じ外接球半径 $\sqrt{3}/2$ のときには、正8面体の一辺は $\sqrt{3}/\sqrt{2}$ で、

$$\text{体積 } V_8 = \sqrt{3}/2$$

$$\text{表面積 } S_8 = 3\sqrt{3}$$

よって、

$$V_8/V_6 = \sqrt{3}/2$$

$$S_8/S_6 = \sqrt{3}/2$$

したがって、「同じ大きさの球に内接する立方体と正8面体の面積の比も、体積の比に等しい。」といえます。